

Control PI de modo deslizante para una sarta de perforación petrolera

Isaac CASTANEDO*, América MORALES*, Héctor PUEBLA**

* Cinvestav-RyMA, Saltillo, Coah

** UAM-A, Azcapotzalco, DF

Resumen—En este trabajo se presenta un control de modo deslizante de alto orden para una sarta de perforación petrolera; el control cuenta con una superficie deslizante proporcional-integral (PI) y se garantiza la estabilidad del sistema a lazo cerrado mediante el teorema de estabilidad de Lyapunov. Simulaciones numéricas se presentan para el caso en que se desconocen parámetros del sistema, como lo es la fricción y cambios repentinos a éstos parámetros.

Palabras clave: control de modo deslizante, sistemas con fricción

I. INTRODUCCIÓN

Para obtener hidrocarburos como lo son gas y petróleo, así como perforación de pozos de agua y exploraciones geológicas; se realizan perforaciones en el subsuelo con el uso de torres o sargas de perforación. Los principales componentes de una sarta de perforación son los ensambles inferiores conformados en su mayoría por tubos pesados de acero, que proporcionan la fuerza de empuje hasta la punta o broca de perforación, y un conjunto de tubos o pipas de perforación hecha de tubos más delgados (Rabia, 1985). A través de una caja de engranes, un motor controla la base que genera la rotación de la sarta y la broca de perforación.

Durante el proceso de perforación, la interacción de los componentes de la sarta con los elementos del ambiente, generan vibraciones que pueden causar fallas y rupturas en los tubos. Este contacto entre la sarta y el pozo genera fenómenos de fricción como puede ser el de *atascamiento-deslizamiento* (Kylling, A. y Halsey, G. W., 1988).

Las operaciones para la extracción de petróleo son muy costosas. Del crudo, es posible obtener gasolina, diesel, generar energía eléctrica y calorífica, así como productos devirados de él para hacer plásticos, hules, medicinas, entre muchos otros. Se conoce que la formación del petróleo está asociada al desarrollo de rocas sedimentarias depositadas en ambientes marinos o próximos al mar (IMP, 2011). Dichos ambientes son poco amigables en el momento de la perforación.

Dado que el petróleo no se encuentra de forma uniforme en el subsuelo; es necesario emplear técnicas que ayuden a eficientar el trabajo y reducir pérdidas monetarias. Las pérdidas se podrían generar por la falla o rompimiento de piezas metálicas durante el proceso de excavación, esto debido al yacimiento cuenta con diferentes materiales en la corteza. Debido a lo variado de la composición del

yacimiento, se generan vibraciones en el mecanismo, que se podrían traducir como fricción en el sistema mecánico.

Para controlar sistemas con fricción, es necesario tener una buena caracterización del modelo de fricción y así diseñar una técnica apropiada para compensar este fenómeno. Sin embargo, la naturaleza del fenómeno de fricción es altamente no lineal y el modelado es muy difícil de lograr (Canudas, 1995). En este artículo se presenta el diseño de un control de modo deslizante de alto orden robusto a parámetros no modelados como la fricción, cambios repentinos en los parámetros de ésta, y variación en la regulación de velocidad.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección II, se presenta un modelo matemático simplificado para describir oscilaciones en una sarta de perforación, en la sección III, se describe un esquema de control en cascada utilizado para este trabajo. En la sección IV, se muestra el diseño del control y la prueba de estabilidad en el sentido de Lyapunov. A continuación en la sección V, simulaciones numéricas son presentadas y por último en la sección VI, conclusiones y trabajo futuro.

II. MODELO MATEMÁTICO DE UNA SARTA DE PERFORACIÓN

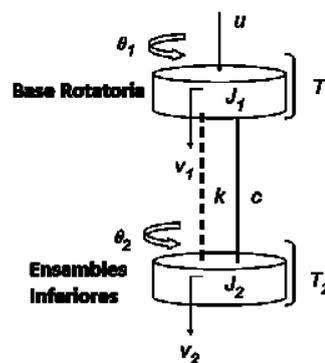


Figura 1. Modelo simplificado de una sarta de perforación

El modelo de una sarta de perforación que contiene fenómenos de fricción es esencial para la identificación de

parámetros dentro del sistema que pueden ser críticos para el sistema bajo situaciones reales. Se considera el modelo de la Figura 1 y descrito en (Puebla y Alvarez, 2008), donde la sarta se define como un péndulo de torsión con dos grados de libertad; el péndulo es controlado con un motor eléctrico. El modelo contiene dos partes mecánicamente unidas por un eje con coeficiente de dureza k y amortiguamiento c . La inercia J_1 representa la inercia que corresponde a la base aumentada con la inercia del motor eléctrico y la caja de transmisión en el sistema real. J_2 corresponde a la inercia de la sarta más la inercia de los ensambles inferiores. Los pares de torsión T_1 y T_2 son asociados con las inercias J_1 y J_2 , respectivamente. La base rotatoria es controlada por el par T_m que proviene de la caja de transmisión, la cual a su vez es controlada por un motor eléctrico de CD. Las ecuaciones del modelo son

$$J_1\ddot{\theta}_1 + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k(\theta_1 - \theta_2) = T_m - T_1 \quad (1)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 - c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - k(\theta_1 - \theta_2) = -T_2 \quad (2)$$

donde θ_1 es el ángulo de rotación de la base rotatoria y θ_2 al ángulo de rotación de los ensambles inferiores de la sarta. Los movimientos laterales y la dinámica del motor eléctrico no son considerados dentro del modelo.

Las ecuaciones (1) y (2) generan un sistema de cuarto orden, sin embargo, puede ser descrito por un sistema de tercer orden en el espacio de estados, ya que la dinámica es independiente de la posición angular de la base rotatoria y el ensamble inferior, pero depende de la diferencia entre ambas posiciones angulares. Teniendo esto en cuenta, es sabido que la base rotatoria y el ensamble inferior sólo rota en un sentido. Definimos el estado $\varphi = \theta_1 - \theta_2$ y las velocidades angulares $v_1 = d\theta_1/dt$ y $v_2 = d\theta_2/dt$, el vector de estados del modelo reducido queda dado como $x = (v_2, \varphi, v_1)$. El modelo reducido queda expresado de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_1(x_3 - x_1) + a_2x_2 - a_3T_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_3 - x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_4(x_3 - x_1) - a_5x_2 - a_6T_1 + a_7u \end{aligned} \quad (3)$$

donde $u \in \mathbb{R}$ es el control de entrada. Los parámetros se definen $a_1 = c/J_2$, $a_2 = k/J_2$, $a_3 = 1/J_2$, $a_4 = c/J_1$, $a_5 = k/J_1$, $a_6 = 1/J_1$ y $a_7 = k_m/J_2$. Durante el proceso de perforación, los parámetros J_2 y k , varían debido al incremento de la longitud de la sarta. Los pares de fricción T_1 y T_2 son funciones no lineales y comúnmente son modelados como crecientes y continuamente diferenciables para todo $x_1 \neq 0$ y discontinuos para $x_1 = 0$ debido a la presencia de la fricción de Coulomb (Hernandez-Suarez, R. y Puebla, H., 2009).

III. ESQUEMA DE CONTROL EN CASCADA

Es posible aprovechar la estructura del modelo (3) para diseñar un control en forma de cascada. La configuración de nuestro control en cascada está basado en el diseño de funciones virtuales de control u_i y puede ser reescrito de la siguiente forma (Puebla y Alvarez, 2008):

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_1(x_3 - x_1) - a_3T_2 + a_2u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_1 + u_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_4(x_3 - x_1) - a_5x_2 - a_6T_1 + a_7u_3 \end{aligned} \quad (4)$$

donde u_1 y u_2 son entradas de control virtuales. El diseño recursivo se da porque el cálculo de u_{i+1} requiere del cálculo de u_i . Para el modelo de la sarta de perforación, ecuación (3), el control *maestro* regula la velocidad de la broca a $x_{1,ref}$ con la primera entrada virtual $x_2 = u_1$, el primer control (maestro) regula el estado variable a $x_{2,ref} = u_1$ con la segunda entrada virtual $x_3 = u_2$, y el último ciclo regula la velocidad angular a $x_{3,ref} = u_2$. En otras palabras, el control maestro brinda los valores de referencia $x_{2,ref}$ al primer control *esclavo*, el cual provee el valor de referencia $x_{3,ref}$ al último bucle del método recursivo, el cual es controlado por la entrada de control real $u = u_3$.

IV. DISEÑO DEL CONTROL

El control de modo deslizante ha sido ampliamente reconocido y utilizado para suprimir vibraciones y efectos de fricción en sistemas mecánicos. Sin embargo, la aplicación no ha sido del todo idónea, dado que estos sistemas son sensibles a la rápida conmutación que este tipo de control conlleva; este fenómeno no lineal, es mejor conocido como *chattering* (por su nombre en inglés). Los modos deslizantes de alto orden pueden prevenir este fenómeno, aislando la parte conmutativa del control a las derivadas de mayor orden, así, las variables resultantes son continuas (Levant, 2005). En esta sección presentamos la aplicación de un control de modo deslizante de alto orden, el cual cuenta con una parte proporcional e integral del error de seguimiento, el cual implica convergencia en tiempo-finito (Aguilar-Lopez y Martinez-Guerra, 2008) y (Levant, 2005).

Para el desarrollo de este control, se consideran dos suposiciones:

1. Todos los estados son medidos
2. Los parámetros T_1 , y T_2 son desconocidos y los parámetros $a_1 - a_7$ son inciertos.

El modelo (4) puede generalizarse de la siguiente manera

$$\dot{x}_i = f_i(x) + g_i(x)u_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

donde las funciones $f_i(x)$ contienen los pares de fricción desconocidos T_1 y T_2 .

El objetivo de este control, es diseñar un modo deslizante el cual sea robusto en la tarea de seguimiento de una trayectoria deseada $x_{i,ref}$, para el de una sarta de perforación, no es relevante hacer una tarea de seguimiento, es por eso que se trabaja sólo para tareas de regulación. Dado el esquema de control en cascada, los errores de seguimiento se definen como, $e_1 = x_1 - x_{1,ref}$, $e_2 = x_2 - u_1$ y $e_3 = x_3 - u_2$. De forma generalizada definimos el error y la derivada del error como

$$e_i = x_i - x_{i,ref} \quad (6)$$

$$\dot{e}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{i,ref} \quad (7)$$

En base a lo reportado por (Eker, 2005) y (Puebla, 2009) definimos la superficie deslizante como una parte proporcional e integral del error de seguimiento

$$s = k_1 e_i + k_2 \int \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} dt = 0 \quad (8)$$

donde k_1 y $k_2 \in \mathbb{R}^+$. La parte integral considera el valor absoluto del error elevado a una potencia fraccional, esto multiplicado por la función signo del error. Esta estructura lleva el nombre de modo deslizante de alto orden y genera ciertas ventajas en la simplificación de la ley de control y disminución de *chattering* (Levant, 2001) y (Sira-Ramirez, 2002).

El control de modo deslizante debe cumplir que $s(t) = 0$ y $\dot{s}(t) = 0$, entonces definimos \dot{s} como

$$\dot{s} = k_1 \dot{e}_i + \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} = 0 \quad (9)$$

De la ecuación anterior se obtiene $\dot{e}_i = -\frac{1}{k_1} \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p}$. Este es un aspecto primordial dentro de los modos deslizantes, ya que asegura la convergencia del error en velocidad cuando el error en la posición tiende a cero.

Tomando las ecuaciones (7) y (5), sustituimos en (9) y obtenemos

$$k_1 (f_i(x) + g_i(x) u_i - \dot{x}_{i,ref}) + k_2 \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} = 0 \quad (10)$$

En base a (Eker, 2005), de la ecuación (10) obtenemos lo que se denomina *Control Equivalente* ($u_{eq,i}$) y se define

$$u_{eq,i} = -g_i(x)^{-1} \left[f_i(x) + \frac{k_2}{k_1} \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} - \dot{x}_{i,ref} \right] \quad (11)$$

A diferencia de lo presentado en (Puebla, 2009), el control $u_{eq,i}$ cuenta con el término adicional $\frac{k_2}{k_1} \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p}$, el cual depende de una parte absoluta del error elevado a un exponente fraccional y multiplicado por una función signo, esto otorgará una mayor fuerza a la parte proporcional del control de modo deslizante resultante.

Para asegurar que cualquier condición inicial o perturbación en la trayectoria sea capaz de dirigir y mantener la salida del sistema en la condición del modo deslizante, que es cuando $s = 0$ y $\dot{s} = 0$, el control debe ser diseñado de

forma que garantice tal convergencia. Para esto, se propone la función de Lyapunov como

$$V(t) = \frac{1}{2} s^2(t) \quad (12)$$

con $V(0) = 0$ y $V(t) > 0$ para $s \neq 0$. La condición que garantiza la convergencia del, esta dada por

$$\dot{V}(t) = s \dot{s} \leq 0 \quad (13)$$

Para satisfacer esta condición, el control equivalente $u_{eq,i}$ definido en la ecuación (11) es aumentado por el término $u_{per,i}$, a ser determinado a continuación, el cual garantiza la convergencia del sistema a la superficie deslizante en presencia de perturbaciones y errores de modelado. Entonces el control de modo deslizante queda diseñado tal que

$$u_i = u_{eq,i} + u_{per,i} \quad (14)$$

Para obtener el control $u_{per,i}$, la ecuación (13) es reescrita como

$$s \dot{s} = s(k_1 \dot{e}_i + k_2 \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p}) \quad (15)$$

Sustituyendo (7) y (11) en (15), obtenemos

$$\begin{aligned} s \dot{s} &= s(k_1 (f_i(x) + g_i(x)(u_{eq,i} + u_{per,i})) - k_2 \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p}) \\ &= s k_1 g_i(x) u_{per,i} \end{aligned} \quad (16)$$

para satisfacer (13), definimos $u_{per,i}$ como

$$u_{per,i} = -g_i(x)^{-1} s \quad (17)$$

Al sustituir (17) en (14), encontramos que $\dot{V}(t) < 0$, por lo tanto, el control $u_{per,i}$ garantiza la estabilización del sistema.

Teniendo esto en cuenta, se obtiene la función de control resultante, ecuación (14)

$$\begin{aligned} u_i &= -g_i(x)^{-1} \left[f_i(x) - \dot{x}_{i,ref} + \frac{k_2}{k_1} \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} + \right. \\ &\quad \left. + k_1 e_i + k_2 \int \text{sign}(e_i) |e_i|^{1/p} dt \right] \end{aligned} \quad (18)$$

V. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Considerando el modelo de (Mihjalovic, 2005), donde una sarta de perforación es modelada como un sistema electro-mecánico. Los pares de fricción son modelados de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
T_1 &= \begin{cases} T_u \text{sign}(x_3) & \text{para } x_3 \neq 0 \\ [-T_u(0), T_u(0)] & \text{para } x_3 = 0 \end{cases} \\
T_2 &= \begin{cases} T_l \text{sign}(x_1) & \text{para } x_1 \neq 0 \\ [-T_l(0), T_l(0)] & \text{para } x_1 = 0 \end{cases} \\
T_u &= T_{su} + \Delta T_{su} \text{sign}(x_3) + b_u |x_3| + \Delta b_u x_3 \quad (19) \\
T_l &= T_{sl} + T_a \left(1 - \frac{2}{1 + \exp(\beta_1 |x_1|)}\right) + \\
&\quad + T_b \left(1 - \frac{2}{1 + \exp(\beta_2 |x_1|)}\right) + b_1 |x_1|
\end{aligned}$$

donde T_u y T_l representan los pares de fricción presentes en la base rotatoria y los ensamblajes inferiores para velocidades diferentes de cero, y T_{su} , ΔT_{su} , b_u , b_l , Δb_u , T_{sl} , T_a , T_b , β_1 y β_2 son parámetros del modelo de fricción. Los parámetros para la simulación numérica definidos como (Mihjalovic, 2005), $c = 0$, $J_1 = 0.4765 \text{ kgm}^2/\text{rad}$, $J_2 = 0.0326 \text{ kgm}^2/\text{rad}$, $k = 0.078 \text{ Nm/rad}$, $T_{su} = 0.3212 \text{ Nm}$, $\Delta T_{su} = 0.0095 \text{ Nm}$, $b_u = 1.9833 \text{ kgm}^2/\text{rad s}$, $b_l = 0.0042 \text{ kgm}^2/\text{rad s}$, $\Delta b_u = -0.0167 \text{ kgm}^2/\text{rad s}$, $T_{sl} = 0.0094 \text{ Nm}$, $T_a = 0.0826 \text{ Nm}$, $T_b = -0.291 \text{ Nm}$, $\beta_1 = 6.3598 \text{ s/rad}$, $\beta_2 = 0.0768 \text{ s/rad}$, $k_m = 3.5693 \text{ Nm/rad}$ y condiciones iniciales de $x_1(0) = x_3(0) = 1.5 \text{ rad/s}$, $x_2(0) = 1.5 \text{ rad}$.

V-A. Regulación de velocidad

Para las simulaciones, se considera un error en los parámetros $a_1 - a_7$ de 25%. En la Figura 2 es posible apreciar el esfuerzo del control para una regulación en velocidad de 5 rad/s , con los pares de fricción desconocidos y la incertidumbre en los parámetros del modelo antes mencionados. En la Figura 2(a) se muestra la referencia con una línea continua y la salida medida como una línea punteada, y en la Figura 2(b) el control.

V-B. Cambio en la regulación: velocidad

Se consideran tres cambios en la velocidad de referencia de 5 rad/s desde el inicio de la simulación, un cambio en la velocidad a los 30 y 60 segundos de 10 rad/s y 20 rad/s , respectivamente. La Figura 3(a) muestra la respuesta en velocidad (línea punteada) y la referencia (línea continua), y el control en la Figura 3(b).

V-C. Cambio en los parámetros de fricción

En la Figura 4 Consideramos un cambio de +50% y +1000% en el parámetro k (representa el coeficiente de rigidez del modelo de la ecuación (1) y (2)) a los 30 y 60 segundos respectivamente. Esto simula una variación en la fricción durante el proceso de perforación, dado que en la aplicación es muy común debido al cambio en el tipo de rocas presentes en el subsuelo. En la Figura 4(a) se muestra la referencia con una línea continua y la salida medida como una línea punteada, y en 4(b) el control.

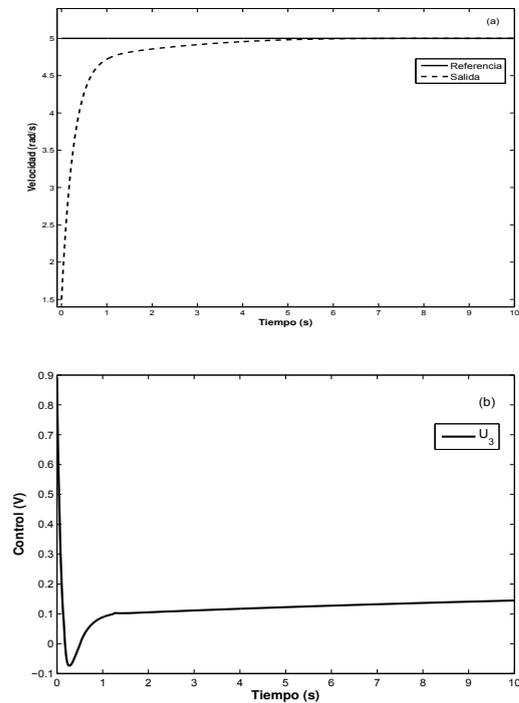


Figura 2. Regulación

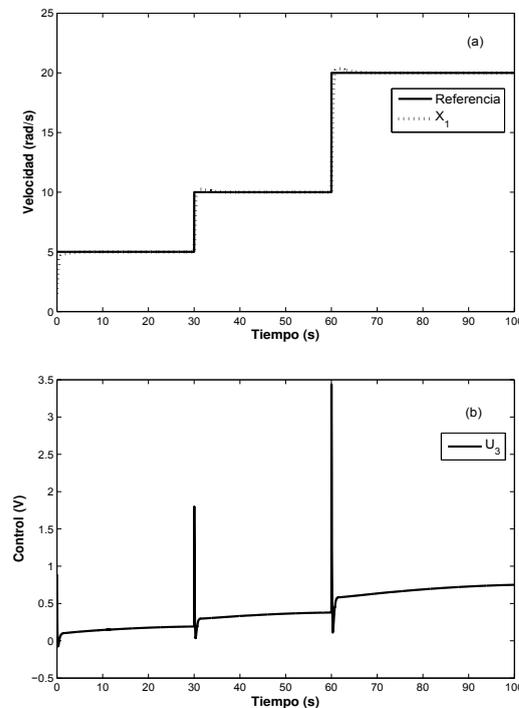


Figura 3. Cambio en velocidad

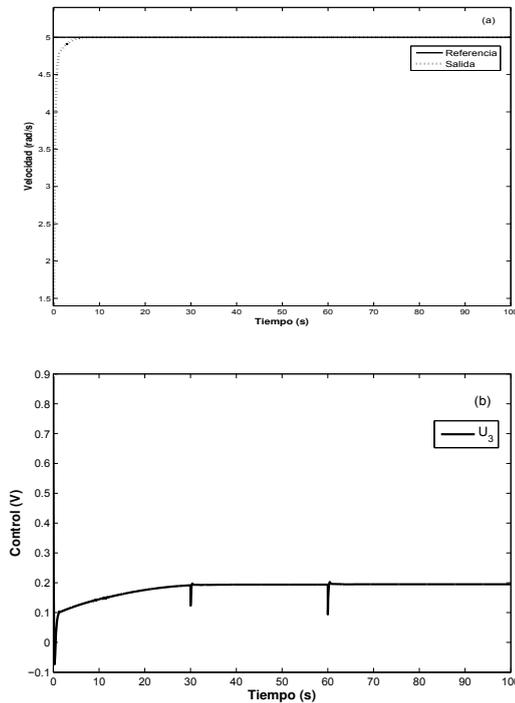


Figura 4. Cambio en fricción

V-D. Perturbación oscilatoria en el sistema

Para la Figura 5, se tiene (al igual que en las simulaciones anteriores) un error en los parámetros a_i del 25%, sin embargo, en esta ocasión se agrega al parámetro a_1 una incertidumbre oscilatoria originada por una función sinusoidal $\sin(t)$, por lo tanto, el nuevo parámetro a_1 se define como $a_1 = c/J_2 + \sin(t)$. En la Figura 5(a) observamos la salida de los tres estados medidos y la señal de referencia, cabe mencionar que el estado x_1 presenta perturbaciones mínimas las cuales pueden ser despreciables, para el caso de la Figura 5(b) se muestra el comportamiento de los controles virtuales durante la simulación y por último en la Figura 5(c) se observa el control u_3 que es la entrada de control real.

V-E. Comparación

En la Figura 6 se muestra la simulación con perturbaciones oscilatorias a una regulación de 5 rad/s . Se realiza la comparación entre el control presentado en (Hernandez-Suarez, R. y Puebla, H., 2009) y el propuesto en este trabajo. Primeramente en la Figura 6(a) se observa la referencia y el primer estado en ambas simulaciones, siendo x_{1A} el primer estado referente al control utilizado por (Hernandez-Suarez, R. y Puebla, H., 2009) y x_1 el control presentado anteriormente. Lo mismo para la Figura 6(b) donde se observa el desempeño de ambos controles, el recuadro pequeño es un acercamiento a la gráfica y se observa a detalle en la Figura 6(c), es posible apreciar que el control

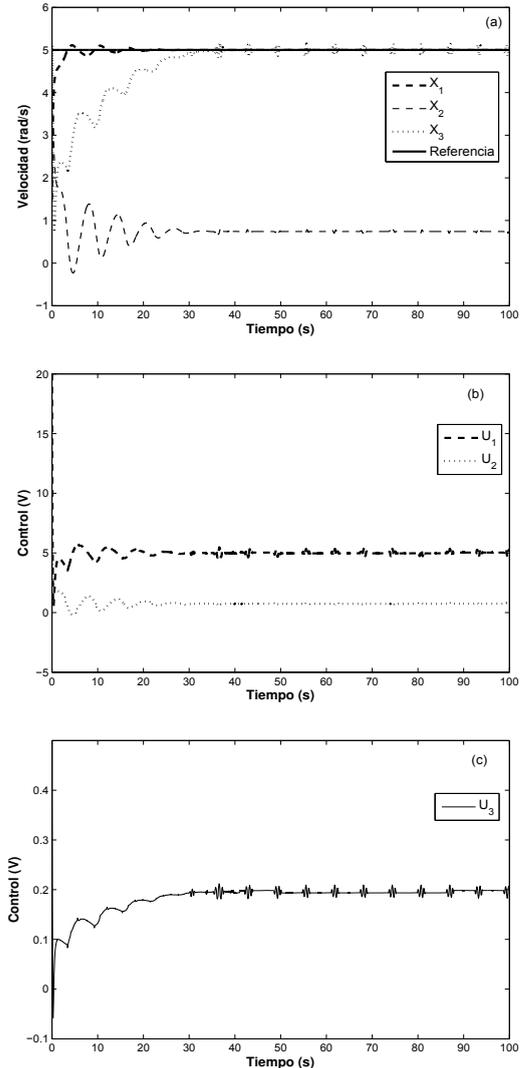


Figura 5. Oscilación Periódica

u_3 (definido en este trabajo) tiene un mejor desempeño y es más suave en la etapa transitoria para el caso de regulación.

VI. CONCLUSIONES

Los fenómenos de fricción son causantes de problemas en los sistemas mecánicos, generando baja precisión y degradación en los componentes mecánicos, ocasionando fracturas. Esto es debido a la alta incertidumbre de los parámetros de fricción y componentes no modelados de la dinámica. En este trabajo se presentó un control de modo deslizante de alto orden para una sarta de perforación; el control a lazo cerrado demostró ser robusto para errores de modelado, como en el caso en que se tiene incertidumbre en parámetros del sistema e inclusive cuando se desconoce el fenómeno que describe la fricción. De igual manera, se pudo observar que el sistema es estable para cambios repentinos en velocidad e incluso en los parámetros de

REFERENCIAS

- Rabia (1985). H. Rabia, Oilwell Drilling Engineering: Principles and Practice, Graham and Trotman, London, 1985
- Kyllingstad, A., and Halsey, G. W. (1988). A study of stick-slip motion of the bit. SPE Drilling Engin. 3:369-373
- B. Armstrong-H, Carlos Canudas de Wit, (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. Automatica. 30:1083-1138
- Instituto Mexicano del Petróleo, México, (2011). *http* : *//www.imp.mx/petroleo/*
- Puebla, H. y Alvarez-Ramirez, J. (2008). Suppression of stick-slip in oil drillstrings: a control approach based on modeling error compensation. J. Sound Vib. 310:881-901.
- Aguilar-Lopez, R y Martinez-Guerra, R. (2008). Control of chaotic oscillators via a class model free active controller: suppression and synchronization. Chaos, Soliton. Frac. 38:531-540
- Levant, A. (2005). Homogeneity approach to high-order sliding mode design. Automatica. 41:823-830.
- Eker, I (2005). Sliding mode control with PID Sliding surface and experimental application to an electromechanical plant. ISA Transactions. 45:109-118
- Puebla, H., Morales-Diaz, (2009). A. High order sliding mode control for suppression of nonlinear dynamics in mechanical systems with friction. Sliding Mode Control, ISBN: 976-953-307-162-6
- Levant, A. (2001). Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence. IEEE Trans Automat. Contr. 46, 1447-1451
- Sira-Ramirez, H. (2002). Dynamic second order sliding-mode control of the Hovercraft vessel. IEEE Trans. Control Syst. Tech. 10, 860-865
- Mihajlovic, N. (2005). Torsion and lateral vibrations in flexible rotor system with friction. PhD Thesis. Netherlands, Eindhoven University of Technology.
- Hernandez-Suarez, R. y Puebla, H. (2009). An Integral High-Order Sliding Mode Control Approach for Stick-Slip Suppression in Oil Drillstrings. Petroleum Science and Technology. Vol. 27:788-800.

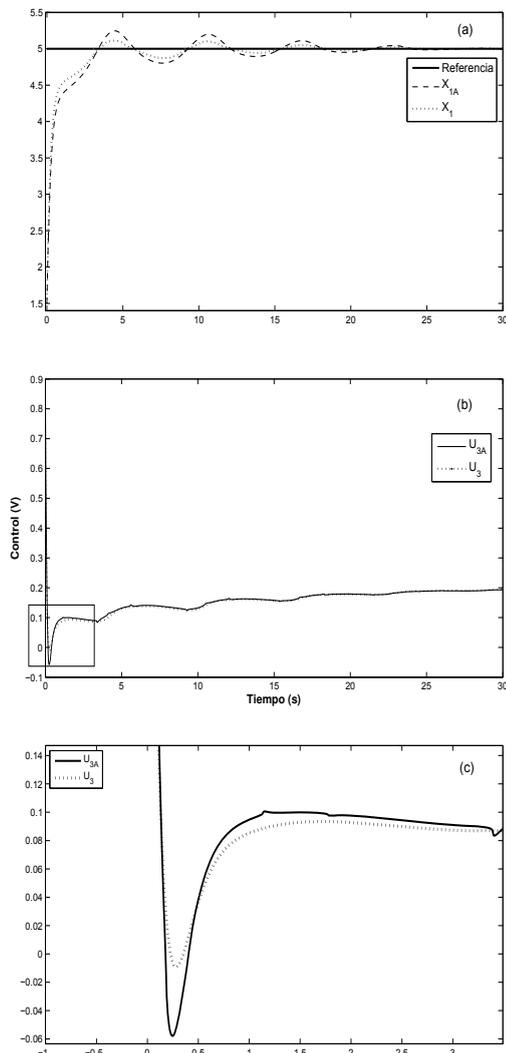


Figura 6. Comparación de controles

fricción, generando mínimas variaciones en la velocidad. Sin embargo, el control muestra una demanda muy rápida y relativamente alta de voltage. Para solucionar esto, sería factible la utilización de motores de alta potencia, sin embargo, podrían diseñarse cambios en la regulación de velocidad más suaves, por ejemplo el uso de funciones exponenciales o hiperbólicas que suavizarían la convergencia y la exigente demanda del control. Además como trabajo futuro, sería conveniente diseñar una sintonización para las ganancias k_1 y k_2 del control, de igual manera sería muy conveniente la implementación del modelo de la sarta de perforación a una escala de nivel laboratorio. Todo esto con motivo de eficientar el control y reducir costos en caso de su aplicación real.